Formelhefte, R1

Algebra

KVADRATSETNINGENE

Første kvadratsetning

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Andre kvadratsetning

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Konjugatsetningen

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

ANDREGRADSLIKNINGER

abc-formelen for $ax^2+bx+c=0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Faktorisering

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

POTENSER

Multiplikasjon og divisjon

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Potens av en potens

$$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$$

Produkt og brøk

$$(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Null og negativ eksponent

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

RØTTER

Rot som potens

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$\sqrt[q]{a^p} = a^{p/q}$$

Produkt og brøk

$$\sqrt[n]{a\cdot b} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Eksponential- og logaritmefunksjoner

EKSPONENTIALFUNKSJONER

Eksponentialfunksjon

$$f(x) = a\cdot b^x = a\cdot e^{kx}$$

$$k = \ln b$$

Vekstfaktor

$$b = 1 \pm \frac{p}{100}$$

Tallet e

$$e \approx 2{,}718$$

LOGARITMER

Definisjon

$$\lg a = x \Leftrightarrow 10^x = a$$

$$\ln a = x \Leftrightarrow e^x = a$$

Opphever hverandre

$$e^{\ln a} = a$$

$$\ln e^x = x$$

Spesielle verdier

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

Logaritmesetningene

$$\ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln a^p = p\cdot \ln a$$

LIKNINGER

Eksponentiallikninger

$$e^x = c \Leftrightarrow x = \ln c$$

$$a^x = c \Leftrightarrow x = \frac{\ln c}{\ln a}$$

Logaritmelikninger

$$\ln x = c \Leftrightarrow x = e^c$$

$$\lg x = c \Leftrightarrow x = 10^c$$

Funksjoner

GRENSEVERDIER

Grenseverdien finnes

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x)$$

Like grader

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^n+\ldots}{bx^n+\ldots} = \frac{a}{b}$$

Eksponential- og logaritmefunksjoner

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x} = 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x^n} = 0$$

KONTINUITET OG ASYMPTOTER

Kontinuerlig i $x=a$

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

Vertikal asymptote

$x = a$ når $f(x)\to\pm\infty$ for $x\to a$

Horisontal asymptote

$$y = \lim_{x\to\pm\infty} f(x)$$

Skrå asymptote $y=ax+b$

$$\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-(ax+b)) = 0$$

OMVENDTE FUNKSJONER

Definisjon

$$f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$$

Definisjons- og verdimengde

$$D_{f^{-1}} = V_f$$

$$V_{f^{-1}} = D_f$$

Den deriverte

$$\left(f^{-1}\right)'(b) = \frac{1}{f'(a)}, \quad f(a) = b$$

Derivasjon

VEKSTFART

Gjennomsnittlig vekstfart

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Den deriverte

$$f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Sentraldifferanse

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$$

DERIVASJONSREGLER

Potenser

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Eksponentialfunksjoner

$$(e^x)' = e^x$$

$$\left(e^{kx}\right)' = ke^{kx}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

Logaritmen

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Sum og konstant faktor

$$(f\pm g)' = f' \pm g'$$

$$(k\cdot f)' = k\cdot f'$$

SAMMENSATTE FUNKSJONER

Kjerneregelen

$$(g(u))' = g'(u)\cdot u'$$

Produktregelen

$$(u\cdot v)' = u'\cdot v + u\cdot v'$$

Brøkregelen

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

DRØFTING

Tangent i $x = a$

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Voksende og avtakende

$$f'(x) > 0: \text{ voksende}$$

$$f'(x) < 0: \text{ avtakende}$$

Toppunkt og bunnpunkt

$f'(a) = 0$ og $f''(a) < 0$: toppunkt

$f'(a) = 0$ og $f''(a) > 0$: bunnpunkt

Vendepunkt

$f''(a) = 0$ og f'' skifter fortegn

Newtons metode

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

L'Hôpitals regel

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Vektorer

REGNING MED VEKTORER

Mellom to punkter

$$\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$$

Lengde

$$|[x, y]| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Parallelle vektorer

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = t\vec{b}$$

SKALARPRODUKT

Definisjon

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos v$$

Koordinatform

$$[x_1, y_1] \cdot [x_2, y_2] = x_1x_2 + y_1y_2$$

Vinkelrette vektorer

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

Vinkel

$$\cos v = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

GEOMETRI

Midtpunkt

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Sirkel

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

PARAMETRISERING

Linje

$$x = x_0 + at$$

$$y = y_0 + bt$$

Fart langs $x = f(t)$, $y = g(t)$

$$\vec{v}(t) = [f'(t), g'(t)]$$

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2}$$

Modeller

VEKST

Doblingstid og halveringstid

$$T = \frac{\ln 2}{|k|}$$

Logistisk modell

$$N(t) = \frac{K}{1 + ae^{-rt}}$$

Vendepunkt

$$t = \frac{\ln a}{r}, \quad N = \frac{K}{2}$$